

## **2<sup>ο</sup> ΚΕΦΑΛΑΙΟ**

### **ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

## Περιεχόμενα

|                                                                |           |
|----------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Βασικές Έννοιες – Παρουσίαση Στατιστικών Δεδομένων.....</b> | <b>3</b>  |
| <b>Γραφική Παράσταση Κατανομής Συχνοτήτων .....</b>            | <b>11</b> |
| <b>Ομαδοποιημένα Δεδομένα .....</b>                            | <b>14</b> |
| <b>Μέτρα θέσης και Μέτρα διασποράς.....</b>                    | <b>17</b> |
| Μέση τιμή - Επικρατούσα Τιμή – Διάμεσος .....                  | 17        |
| Εύρος – Διακύμανση - Τυπική Απόκλιση.....                      | 23        |
| Συντελεστής Μεταβολής CV .....                                 | 25        |

## Ερωτήσεις Ανάπτυξης

### Βασικές Έννοιες – Παρουσίαση Στατιστικών Δεδομένων

1. Για την εκλογή του πενταμελούς στο Γ1 ήταν υποψήφιοι: η Ελπίδα (Ε), η Κυριακή (Κ), ο Τάσος (Τ), η Στέλλα (Σ) και ο Βασίλης (Β). Υποθέτοντας ότι κάθε μαθητής ψήφισε έναν υποψήφιο είχαμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ε | Τ | Κ | Ε | Τ | Κ | Τ | Σ | Κ | Τ |
| Τ | Σ | Β | Τ | Σ | Τ | Ε | Τ | Β | Ε |

Να κάνετε τον πίνακα συχνοτήτων, σχετικών συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων %.

2. Να συμπληρώσετε τους παρακάτω πίνακες

i.

| $x_i$ | $v_i$ | $f_i$ | $f_i \%$ |
|-------|-------|-------|----------|
| $X_1$ | 7     |       |          |
| $X_2$ | 5     |       |          |
| $X_3$ | 15    |       |          |
| $X_4$ | 14    |       |          |
| $X_5$ | 9     |       |          |
| Άθρ.  |       |       |          |

ii.

| $x_i$ | $v_i$ | $f_i$ | $f_i \%$ |
|-------|-------|-------|----------|
| 0     |       | 0,08  |          |
| 1     |       | 0,24  |          |
| 2     |       | 0,16  |          |
| 3     |       | 0,4   |          |
| 4     |       | 0,12  |          |
| Άθρ.  | 25    |       |          |

3. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

| $x_i$ | $v_i$ | $f_i$ | $f_i \%$ |
|-------|-------|-------|----------|
| $X_1$ |       |       | 4        |
| $X_2$ | 18    |       |          |
| $X_3$ |       |       |          |
| $X_4$ | 10    | 0,2   |          |
| $X_5$ |       | 0,16  |          |
| Άθρ.  |       |       |          |

4. Δίνεται ο παρακάτω πίνακας μιας μεταβλητής  $X$ .

i. Να συμπληρωθεί.

ii. Να βρείτε το πλήθος των παρατηρήσεων που οι τιμές τους είναι:

α. το πολύ 5.

β. τουλάχιστον 2

γ. από 0 έως 5.

δ. πάνω από 2

ε. -1 ή 6

| $x_i$ | $v_i$ | $N_i$ | $f_i$ | $F_i$ | $f_i \%$ | $F_i \%$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|
| -1    | 18    |       |       |       |          |          |
| 0     | 30    |       |       |       |          |          |
| 2     | 36    |       |       |       |          |          |
| 5     | 24    |       |       |       |          |          |
| 6     | 12    |       |       |       |          |          |
| Σύν.  |       |       |       |       |          |          |

5. Η βαθμολογία μιας ομάδας φοιτητών σε ένα διαγώνισμα είναι: 4, 5, 6, 7, 8 .

- Το 80 % έχει βαθμό τουλάχιστον 5
- Οι φοιτητές που έχουν βαθμό 4 είναι διπλάσιοι αυτών που έχουν 8
- Είκοσι ένας φοιτητές έχουν βαθμό κάτω από 6
- Είκοσι τέσσερις φοιτητές έχουν βαθμό πάνω από 6

- Το 55 % έχει βαθμό 6 ή 7

Να κάνετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων:  $v_i, N_i, f_i \%, F_i \%$

6. Έστω  $x_1, x_2, x_3$  οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$  ως προς την οποία εξετάζουμε ένα δείγμα μεγέθους  $n$ .

i. Αν  $v_i = i^2 + 2i, i = 1, 2, 3$  να βρείτε το  $n$ .

ii. Αν  $f_i = \frac{1}{i^2 - 1}, i = 2, 3$  να βρείτε την  $f_1$

7. Να συμπληρώσετε τους πίνακες:

| $x_i$ | $v_i$ | $f_i \%$ | $N_i$ | $F_i$ |
|-------|-------|----------|-------|-------|
| -1    |       |          | 4     | 0,1   |
| 0     |       | 30       |       |       |
| 2     |       |          |       |       |
| 3     | 6     |          |       |       |
| Άθρ.  | 40    |          |       |       |

| $x_i$ | $v_i$ | $f_i$ | $N_i$ | $F_i \%$ |
|-------|-------|-------|-------|----------|
| 2     |       |       |       | 20       |
| 5     |       | 0,4   |       |          |
| 7     | 12    |       |       |          |
| 8     |       |       | 60    |          |
| Σύν.  |       |       |       |          |

| $x_i$ | $v_i$ | $f_i$ | $f_i \%$ | $N_i$ | $F_i$ | $F_i \%$ |
|-------|-------|-------|----------|-------|-------|----------|
| 0     |       |       |          |       |       | 10       |
| 10    |       | 0,15  |          |       |       |          |
| 20    |       |       |          |       | 0,60  |          |
| 30    | 5     |       |          |       |       |          |
| 40    |       |       |          | 20    |       |          |
| Σύν.  |       |       |          |       |       |          |

8. Να συμπληρώσετε τους πίνακες

| $x_i$ | $v_i$ | $f_i$ | $f_i \%$ |
|-------|-------|-------|----------|
| 0     | 9     |       |          |
| 1     | 12    |       |          |
| 3     | 24    |       |          |
| 4     | 9     |       |          |
| 7     | 6     |       |          |
| Σύν.  |       |       |          |

| $x_i$ | $v_i$ | $f_i$ | $f_i \%$ |
|-------|-------|-------|----------|
| 1     | 12    |       |          |
| 2     |       |       |          |
| 3     | 24    |       | 40       |
| 5     |       | 0,05  |          |
| Σύν.  |       |       |          |

| $x_i$ | $v_i$ | $f_i$ | $f_i \%$ |
|-------|-------|-------|----------|
| -2    |       |       | 15       |
| 0     |       |       | 25       |
| 1     |       |       | 40       |
| 3     |       |       | 15       |
| 5     |       |       |          |
| Σύν.  | 160   |       |          |

| $x_i$ | $v_i$ | $f_i$ | $f_i \%$ |
|-------|-------|-------|----------|
| -5    |       | 0,05  |          |
| -3    |       |       |          |
| 0     |       |       | 40       |
| 1     | 8     | 0,2   |          |
| Σύν.  |       |       |          |

9. Να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα:

| $x_i$ | $v_i$ | $N_i$ | $f_i$ | $F_i$ | $f_i \%$ | $F_i \%$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|
| 3     | 20    |       |       |       |          |          |
| 2     | 10    |       |       |       |          |          |
| 4     | 15    |       |       |       |          |          |
| 6     | 5     |       |       |       |          |          |
| Άθρ.  |       |       |       |       |          |          |

10. Να συμπληρώσετε τον ελλιπή πίνακα.

| $x_i$  | $v_i$ | $f_i$ | $f_i \%$ | $N_i$ | $F_i$ | $F_i \%$ |
|--------|-------|-------|----------|-------|-------|----------|
| $X_1$  |       |       |          | 12    |       |          |
| $X_2$  | 8     |       | 20       |       |       |          |
| $X_3$  |       |       |          |       |       | 85       |
| $X_4$  |       |       |          |       |       |          |
| Σύνολο |       |       |          |       |       |          |

11. Ρωτήσαμε 20 οικογένειες σχετικά με το πόσα παιδιά έχει η καθεμία και πήραμε τις εξής απαντήσεις:

- Το 15% των οικογενειών δεν έχουν παιδί
- 9 οικογένειες έχουν το πολύ ένα παιδί
- 7 οικογένειες έχουν 2 παιδιά
- Το 95% των οικογενειών έχουν το πολύ 3 παιδιά
- Καμία οικογένεια δεν έχει περισσότερα από 4 παιδιά

i. Να κατασκευάσετε πίνακα  $v_i$ ,  $f_i \%$ ,  $N_i$ ,  $F_i \%$

ii. Να βρείτε το ποσοστό των οικογενειών που έχουν:

α) τουλάχιστον 2 παιδιά

β) το πολύ 3 παιδιά

12. Έστω  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  και  $x_4$  οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$ .

Το μέγεθος του δείγματος είναι 40 και για τις αντίστοιχες συχνότητες τους ισχύει η σχέση  $6v_1=4v_2=3v_3=12v_4$ .

α) Να βρείτε τις συχνότητες των παρατηρήσεων

β) Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων και αθροιστικών συχνοτήτων (απόλυτων και σχετικών).

13. Να συμπληρώσετε τους πίνακες:

i.

| $x_i$  | $v_i$ | $f_i$ | $f_i \%$ |
|--------|-------|-------|----------|
| -2     |       | 0,10  |          |
| -1     |       | 0,35  |          |
| 0      |       | 0,15  |          |
| 1      |       | 0,30  |          |
| 2      |       |       |          |
| Σύνολο | 20    |       |          |

ii.

| $x_i$  | $v_i$ | $f_i$ | $F_i$ |
|--------|-------|-------|-------|
| 1      |       |       | 0,10  |
| 2      |       |       | 0,30  |
| 3      |       |       | 0,55  |
| 4      |       |       | 0,70  |
| 5      |       |       |       |
| Σύνολο | 40    |       |       |

iii.

| $x_i$  | $v_i$ | $f_i$ | $N_i$ | $F_i$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| 0      |       |       | 12    | 0,20  |
| 1      |       | 0,25  |       |       |
| 2      |       |       |       |       |
| 3      | 15    |       |       |       |
| Σύνολο | 60    |       |       |       |

14. Δίνεται ο πίνακας:

i. Να συμπληρωθεί

ii. Να εκτιμήσετε το ποσοστό των παρατηρήσεων που η τιμή τους είναι

α. τουλάχιστον  $x_4$       β. από  $x_2$  έως  $x_4$

γ.  $x_1$  ή  $x_3$

| $x_i$  | $v_i$ | $f_i$ | $N_i$ | $F_i$ | $f_i \%$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|----------|
| $x_1$  |       |       |       |       |          |
| $x_2$  |       |       |       |       | 5        |
| $x_3$  |       | 0,15  |       | 0,70  |          |
| $x_4$  |       |       | 68    |       |          |
| $x_5$  |       |       | 80    |       |          |
| Σύνολο |       |       |       |       |          |

15. Να βρείτε το  $\alpha$  σε κάθε ένα από τους παρακάτω πίνακες και να τους συμπληρώσετε.

i.

| $x_i$  | $v_i$       | $f_i$ | $F_i$ |
|--------|-------------|-------|-------|
| -1     | $\alpha$    |       |       |
| 0      | $2\alpha$   |       |       |
| 1      | $2\alpha^2$ |       |       |
| 2      | 6           |       |       |
| Σύνολο | 20          |       |       |

ii.

| $x_i$  | $v_i$ | $f_i$      | $F_i$ |
|--------|-------|------------|-------|
| 1      |       | $\alpha^2$ |       |
| 2      |       | $\alpha/4$ |       |
| 3      |       | $\alpha$   |       |
| 4      |       | $\alpha/4$ |       |
| Σύνολο | 40    |            |       |

16. Να βρείτε τους αριθμούς  $\alpha$ ,  $\beta$  και να συμπληρώσετε τον πίνακα

| $x_i$  | $v_i$                  | $N_i$ | $f_i \%$ | $F_i \%$ |
|--------|------------------------|-------|----------|----------|
| 10     | $\frac{\alpha}{2} + 5$ |       |          | $\alpha$ |
| 11     | $3\beta$               | 45    | 25       |          |
| 12     |                        |       | $\beta$  | 80       |
| 13     |                        |       |          |          |
| Σύνολο |                        |       |          |          |

17. Οι ελάχιστες θερμοκρασίες (σε  $^{\circ}\text{C}$ ) που παρατηρήθηκαν σε μια πόλη επί 40 συνεχείς ημέρες ήταν -1, 6, 5, 3.

- Είκοσι δύο μέρες η θερμοκρασία ήταν το πολύ 3.
- Το πλήθος των ημερών που η θερμοκρασία ήταν 3 είναι διπλάσιο του πλήθους των ημερών που η θερμοκρασία ήταν 5.
- Το πλήθος των ημερών που η θερμοκρασία ήταν 6 είναι τετραπλάσιο του πλήθους των ημερών που η θερμοκρασία ήταν -1.

Να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής συχνοτήτων ( $v_i$ ,  $N_i$ ,  $f_i$ ,  $F_i$ ).

18. Οι αποστάσεις (σε km), των κοινοτήτων ενός νομού από το πλησιέστερο νοσοκομείο είναι 1, 10, 15, 3, 12.

- Το 85 % των κοινοτήτων απέχουν τουλάχιστον 3 km.
- Δεκαέξι κοινότητες απέχουν το πολύ 3 km.
- Είκοσι κοινότητες απέχουν πάνω από 10 km.
- Το πλήθος των κοινοτήτων που απέχουν 1 km είναι τα  $\frac{3}{4}$  του πλήθους των κοινοτήτων που απέχουν 15 km.
- Το 40 % των κοινοτήτων απέχει 10 ή 12 km.

Να κάνετε πίνακα συχνοτήτων ( $v_i$ ,  $N_i$ ,  $f_i$  %,  $F_i$  %)

## Γραφική Παράσταση Κατανομής Συχνοτήτων

19. Στο διπλανό πίνακα φαίνονται οι προτιμήσεις των μαθητών της Γ' Λυκείου ως προς το μέρος που θα επισκεφθούν στην πενθήμερη εκδρομή τους. Να κατασκευάσετε:

i. το ραβδόγραμμα συχνοτήτων

ii. το ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων %

| Προορισμός $x_i$ | $v_i$ |
|------------------|-------|
| Ρόδος            | 20    |
| Κρήτη            | 25    |
| Ιταλία           | 12    |
| Θάσος            | 8     |
| Κέρκυρα          | 15    |
| Σύνολο           | 80    |

20. Ο διπλανός πίνακας αναφέρεται στο

αγαπημένο χρώμα 200 ατόμων.

Να κατασκευάσετε το κυκλικό διάγραμμα.

| $x_i$   | $v_i$ |
|---------|-------|
| Κόκκινο | 50    |
| Λευκό   | 25    |
| Μαύρο   | 25    |
| Πράσινο | 100   |
| Σύνολο  |       |

21. Ρωτήσαμε τους φοιτητές ενός τμήματος πόσες

φορές έχουν ταξιδέψει στο εξωτερικό.

Οι απαντήσεις τους φαίνονται στον διπλανό πίνακα.

Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

| $x_i$ | $n_i$ |
|-------|-------|
| 0     | 8     |
| 1     | 5     |
| 2     | 16    |
| 3     | 7     |
| 4     | 4     |

22. Σε ένα κυκλικό διάγραμμα παριστάνεται η βαθμολογία των 350 μαθητών ενός Λυκείου σε τέσσερις κατηγορίες: «Σχεδόν καλώς», «Καλώς», «Λίαν καλώς» και «Άριστα». Οι γωνίες των κυκλικών τομέων για τις επιδόσεις «Λίαν καλώς», «Καλώς» είναι  $144^\circ$  και  $108^\circ$  αντίστοιχα. Οι μαθητές με επίδοση «Σχεδόν καλώς» είναι διπλάσιοι των μαθητών με επίδοση «Άριστα». Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων ( $x_i$ ,  $n_i$ ,  $f_i$ ,  $f_i\%$ ).

23. Στο διπλανό πίνακα φαίνονται τα βιβλία που έχει μια βιβλιοθήκη.

Να κατασκευάσετε:

i. το ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

ii. το κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων.

| Είδος βιβλίων      | Πλήθος βιβλίων |
|--------------------|----------------|
| Ιστορικά (Ι)       | 12             |
| Λογοτεχνικά (Λ)    | 30             |
| Μαθηματικά (Μ)     | 36             |
| Ταξιδιωτικά (Τ)    | 24             |
| Εγκυκλοπαιδικά (Ε) | 18             |

24. Η βαθμολογία μιας ομάδας φοιτητών σε ένα διαγώνισμα είναι στον παρακάτω πίνακα.

Να κάνετε το διάγραμμα συχνοτήτων και το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων.

| Βαθμός | Πλήθος<br>μαθητών |
|--------|-------------------|
| 4      | 2                 |
| 5      | 3                 |
| 6      | 7                 |
| 7      | 5                 |
| 8      | 3                 |

25. Στο διπλανό πίνακα φαίνεται η επίδοση ενός μαθητή Δημοτικού σε 10 μαθήματα. Να κατασκευάσετε:

α) ραβδόγραμμα συχνοτήτων

β) κυκλικό διάγραμμα

| Επίδοση   | $v_i$ |
|-----------|-------|
| Άριστα    | 4     |
| Πολύ Καλά | 2     |
| Καλά      | 3     |
| Μέτρια    | 1     |
| Σύνολο    | 10    |

## Ομαδοποιημένα Δεδομένα

26. Οι χρόνοι τους οποίους έκαναν μια ομάδα μαθητών για να λύσουν ένα πρόβλημα είναι από 10 έως 20 sec χωρισμένοι σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους.

- Το πολύγωνο συχνοτήτων του δείγματος των μαθητών με μεταβλητή το χρόνο λύσης του προβλήματος έχει εμβαδόν 40.
- Το ύψος του ορθογωνίου στο διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων που αντιστοιχεί στην κλάση με κεντρική τιμή το 19 είναι 0,1.
- Η γωνία του κυκλικού τομέα στο κυκλικό διάγραμμα που αντιστοιχεί στην κλάση [14,16) είναι  $72^\circ$ .
- Οι μαθητές που έκαναν από 16 έως 18 sec είναι διπλάσιοι από τους μαθητές που έκαναν χρόνο από 10 έως 12 sec.
- Είκοσι τέσσερις μαθητές έκαναν χρόνο κάτω από 16 sec.

i. να κάνετε τον πίνακα συχνοτήτων  $n_i$ ,  $N_i$ ,  $f_i$ ,  $f_i\%$ ,  $F_i\%$

ii. Να κάνετε

α. το ιστόγραμμα συχνοτήτων.

β. το πολύγωνο συχνοτήτων.

γ. το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.

27. Οι βαθμοί 40 μαθητών της Β' λυκείου στις εξετάσεις του περασμένου Ιουνίου δίνονται στον πίνακα:

|    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 15 | 19 | 11 | 15 | 9  | 14 | 17 | 9  |
| 16 | 8  | 12 | 17 | 16 | 15 | 11 | 13 |
| 10 | 18 | 15 | 19 | 11 | 13 | 14 | 9  |
| 18 | 10 | 14 | 11 | 14 | 9  | 12 | 15 |
| 17 | 15 | 8  | 17 | 10 | 14 | 15 | 11 |

α) να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε κατάλληλο αριθμό κλάσεων και να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.

β) Πόσοι μαθητές έγραψαν: i) κάτω από τη βάση; ii) τουλάχιστον 15;

28. Στον ελλιπή πίνακα που ακολουθεί δίνονται ομαδοποιημένοι σε τέσσερις κλάσεις οι χρόνοι σε λεπτά που χρειάστηκαν κάποιοι μαθητές της Γ' Λυκείου για να λύσουν μια άσκηση Στατιστικής.

| Κλάσεις  | $x_i$ | $n_i$ | $f_i$ | $N_i$ | $F_i$ |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| [ - )    |       |       |       | 20    |       |
| [ - )    | 7,5   |       |       |       | 0,4   |
| [ 10 - ) |       | 80    | 0,4   |       |       |
| [ - )    |       |       |       |       |       |
| Σύνολο   |       |       |       |       |       |

α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα

β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.

γ) να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που χρειάστηκαν:

i) λιγότερο από 10 λεπτά, ii) τουλάχιστον 18 λεπτά.

29. Έχουμε ομαδοποιήσει τρία δείγματα σε ισοπλάτεις κλάσεις, όπως φαίνεται παρακάτω:

α)

| Κλάσεις [ , ) | $x_i$ |
|---------------|-------|
|               |       |
|               | 6     |
|               |       |
|               | 14    |
|               |       |

β)

| Κλάσεις [ , ) | $x_i$ |
|---------------|-------|
| [3, )         |       |
|               |       |
| [ , 18)       |       |
|               |       |
|               |       |

γ)

| Κλάσεις [ , ) | $x_i$ |
|---------------|-------|
|               |       |
|               | 10    |
|               |       |
| [19, )        |       |
|               |       |

Να συμπληρώσετε τους πίνακες

30. Οι 180 παρατηρήσεις ενός δείγματος έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 κλάσεις. Αν η μικρότερη παρατήρηση είναι -2 και η μεγαλύτερη 10

i. Να βρεθούν οι κλάσεις

ii. αν επιπλέον η κατανομή είναι ομοιόμορφη, να βρεθεί το πλήθος και το ποσοστό των παρατηρήσεων που ανήκουν στην κλάση [1,4).

31. Οι βαθμοί των μαθητών της Γ' τάξης ενός Λυκείου στο μάθημα της Στατιστικής φαίνονται παρακάτω

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 17 | 1  | 10 | 11 | 12 | 6  | 12 | 14 | 14 | 6  |
| 9  | 9  | 4  | 9  | 4  | 8  | 13 | 3  | 8  | 14 |
| 18 | 6  | 15 | 12 | 7  | 13 | 9  | 13 | 17 | 16 |
| 12 | 18 | 10 | 15 | 15 | 11 | 15 | 18 | 7  | 17 |

Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε 6 κλάσεις ίσου πλάτους και να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων ( $x_i$ ,  $n_i$ ,  $N_i$ ,  $f_i$ ,  $F_i$ ,  $f_i\%$ ,  $F_i\%$ ).

## Μέτρα θέσης και Μέτρα διασποράς

### Μέση τιμή - Επικρατούσα Τιμή - Διάμεσος

32. Να βρείτε την μέση τιμή και την επικρατούσα τιμή των παρατηρήσεων που δίνονται στους πίνακες:

i.

| $x_i$ | $v_i$ |
|-------|-------|
| 0     | 5     |
| 1     | 2     |
| 2     | 3     |
| 3     | 4     |

ii.

| $x_i$ | $f_i$ |
|-------|-------|
| -1    | 0,1   |
| 2     | 0,2   |
| 3     | 0,7   |

33. Να βρείτε τη μέση τιμή των ομαδοποιημένων δεδομένων του παρακάτω πίνακα:

| Κλάσεις | $f_i \%$ |
|---------|----------|
| [0,8)   | 10       |
| [8,16)  | 20       |
| [16,24) | 30       |
| [24,30) | 40       |

34. Οι χρόνοι που χρειάστηκαν οι μαθητές ενός τμήματος για να λύσουν μια άσκηση ακολουθούν την ομοιόμορφη κατανομή και είναι χωρισμένοι σε τέσσερις κλάσεις: [0,4) , [4,8) , [8,12) , [12, 16). Να βρείτε τον μέσο χρόνο των μαθητών.

35. Να βρείτε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων:

i. -2, 3, 2, 1, 6

ii. Που δίνονται από τους πίνακες:

α.

| Τιμές $x_i$ | $v_i$ |
|-------------|-------|
| -2          | 3     |
| 0           | 6     |
| 1           | 6     |
| 2           | 5     |

β.

| Τιμές $x_i$ | $f_i$ |
|-------------|-------|
| -3          | 0,1   |
| -2          | 0,3   |
| 0           | 0,4   |
| 1           | 0,2   |

γ.

| Κλάσεις | $f_i \%$ |
|---------|----------|
| [3,5)   | 15       |
| [5,7)   | 20       |
| [7,9)   | 35       |
| [9,11)  | 30       |

36. Στον πίνακα φαίνεται ο αριθμός των επιβατών τριάντα αυτοκινήτων που πέρασαν από ένα δρόμο σε μια ώρα. Αν ο μέσος όρος των επιβατών είναι 2 να βρείτε τα  $\alpha$ ,  $\beta$ .

| Επιβάτες | Αυτοκίνητα |
|----------|------------|
| 1        | 12         |
| 2        | $\alpha$   |
| 3        | 6          |
| 4        | $\beta$    |

37. Η βαθμολογία ενός μαθητή σε τρία test και ένα διαγώνισμα ενός μαθήματος (σε εκατοντάβάθμια κλίμακα) είναι 80, 60, 70, 75 με βαρύτητα το καθένα αντίστοιχα 0,2 , 0,3 , 0,5 και 1. Να βρείτε τη μέση επίδοση του μαθητή στα test και στο διαγώνισμα.

38. Η μέση τιμή των ομαδοποιημένων δεδομένων του πίνακα είναι  $\bar{x} = 2,7$ . Να βρείτε τα  $\alpha$ ,  $\beta$ .

| Κλάσεις  | $f_i \%$ |
|----------|----------|
| $[-1,1)$ | 35       |
| $[1,3)$  | 25       |
| $[3,5)$  | $\alpha$ |
| $[5,7)$  | $\beta$  |

39. i. Να βρείτε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων: -1, 6, 3, 10, 2, 4

ii. Η μέση τιμή έξι αριθμών είναι -1. Τέσσερις από τους αριθμούς είναι οι: -7, -6, 0, 1. Να βρείτε τους άλλους δύο, αν ο ένας είναι διπλάσιος του άλλου.

40. Να βρείτε το  $x$ , ώστε οι παρατηρήσεις: 0,  $x^3 - 2$ , 1,  $-x^2$ ,  $-x$  να έχουν μέση τιμή 0,2.

41. Η μέση επίδοση των 10 μαθητών ενός τμήματος είναι 18,4.

i. Ποια θα είναι η μέση επίδοση του τμήματος

α. αν φύγει ένας μαθητής με επίδοση 17,5

β. αν έρθουν δύο μαθητές με επίδοση 17,2

γ. αν έρθει ένας μαθητής με επίδοση 18 και φύγει ένας μαθητής με επίδοση 19

ii. Αν στο τμήμα έρθουν δύο μαθητές με την ίδια επίδοση, τότε η μέση επίδοση όλων γίνεται 18. Ποια είναι η επίδοση των μαθητών αυτών;

42. Το μέσο βάρος 10 αθλητών μιας ομάδας είναι 84 kg. Πόσοι αθλητές πρέπει να μειώσουν το βάρος τους κατά 3 kg, ώστε το μέσο βάρος της ομάδας να γίνει 82,5 kg;

43. Υπολογίστε στον πίνακα τα  $\alpha$ ,  $\beta$  έτσι ώστε: να υπάρχουν 2 επικρατούσες τιμές και η μέση τιμή να είναι 10.

| $x_i$    | $v_i$   |
|----------|---------|
| 6        | 7       |
| 8        | 5       |
| 10       | 20      |
| $\alpha$ | $\beta$ |

44. Στον πίνακα έχουμε τις ετήσιες πωλήσεις (σε χιλιάδες ευρώ) που έκαναν οι πωλητές μιας εταιρείας.

i. Να βρεθούν πόσοι ήταν οι πωλητές.

ii. Να βρεθούν η μέση τιμή και η επικρατούσα τιμή.

| Χιλ. ευρώ | $v_i$ |
|-----------|-------|
| [0,10)    | 4     |
| [10,20)   | 6     |
| [20,30)   | 4     |
| [30,40)   | 2     |
| [40,50)   | 4     |

45. Μια επιχείρηση απασχολεί 50 υπαλλήλους στα τμήματα της Α, Β, Γ. Ο μέσος μηνιαίος μισθός των 15 υπαλλήλων του τμήματος Α είναι 1800 €, των 25 υπαλλήλων του τμήματος Β είναι 1600 € και των υπαλλήλων του τμήματος Γ είναι 1200 €. Να βρείτε το μέσο μηνιαίο μισθό όλων των υπαλλήλων .

46. Να βρείτε τη διάμεσο των παρακάτω δειγμάτων:

Δείγμα A: 1, 3, 4, 0, 1, 1, 0, 11, 10

Δείγμα B: -2, 3, 0, 3, 9, 6

47. Οι ελάχιστες θερμοκρασίες (σε βαθμούς Κελσίου) σε δύο πόλεις A και B για μερικές συνεχείς ημέρες ήταν:

Πόλη A: 2, -3, 1, 0, -1, 2, 0.

Πόλη B: -3, 1, -2, 0, 4, 0, 2, 0.

Να βρείτε τη διάμεσο των θερμοκρασιών για κάθε μία από τις δύο πόλεις.

48. Οι ηλικίες των εργαζομένων μιας επιχείρησης φαίνονται στον πίνακα.

i) Να βρείτε τη διάμεσο των ηλικιών των εργαζομένων.

ii) Αν στην επιχείρηση προσληφθεί ένας υπάλληλος με ηλικία 48 ετών, να βρείτε την νέα τιμή της διαμέσου.

| Ηλικία | $v_i$ |
|--------|-------|
| 27     | 5     |
| 30     | 9     |
| 35     | 11    |
| 48     | 17    |
| 52     | 7     |

49. Να βρείτε τη διάμεσο στα δείγματα που έχουν τους παρακάτω πίνακες συχνοτήτων ή σχετικών συχνοτήτων.

i.

| $x_i$ | $v_i$ |
|-------|-------|
| 3     | 6     |
| 4     | 7     |
| 5     | 3     |
| 6     | 5     |

ii.

| $x_i$ | $v_i$ |
|-------|-------|
| 0     | 5     |
| 1     | 15    |
| 3     | 12    |
| 5     | 8     |

iii.

| $x_i$ | $f_i \%$ |
|-------|----------|
| -1    | 20       |
| 2     | 30       |
| 3     | 35       |
| 5     | 15       |

iv.

| $x_i$ | $f_i \%$ |
|-------|----------|
| 0     | 10       |
| 1     | 20       |
| 3     | 45       |
| 4     | 25       |

v.

| Κλάσεις | $f_i \%$ |
|---------|----------|
| [0, 3)  | 15       |
| [3, 6)  | 35       |
| [6, 9)  | 40       |
| [9, 12) | 10       |

50. Οι κατανομές σχετικών συχνοτήτων της βαθμολογίας στην Ιστορία δύο τμημάτων Α και Β ενός Γυμνασίου φαίνονται στους παρακάτω πίνακες:

ΤΜΗΜΑ Α

| Βαθμολογία | $f_i \%$ |
|------------|----------|
| 9          | 30       |
| 12         | 25       |
| 15         | 30       |
| 16         | 10       |
| 19         | 5        |

ΤΜΗΜΑ Β

| Βαθμολογία | $f_i \%$ |
|------------|----------|
| 10         | 20       |
| 13         | 30       |
| 16         | 30       |
| 18         | 15       |
| 20         | 5        |

Να βρείτε τη διάμεσο της βαθμολογίας των δύο τμημάτων

51. Η κατανομή συχνοτήτων του αριθμού των ημερών απουσίας από την εργασία τους λόγω ασθένειας των εργαζομένων μιας επιχείρησης φαίνεται στον πίνακα. Αν η διάμεσος του δείγματος είναι  $\delta = 4$ , να βρείτε το  $\alpha$  και το μέγεθος του δείγματος  $n$ .

| Ημέρες απουσίας | $n_i$    |
|-----------------|----------|
| 0               | 6        |
| 1               | 10       |
| 2               | $\alpha$ |
| 3               | 10       |
| 5               | 20       |
| 6               | 11       |
| 8               | 4        |

52. Αν η διάμεσος των παρατηρήσεων του πίνακα είναι 9, να βρείτε τις τιμές των  $\alpha$ ,  $\beta$ .

| $x_i$ | $f_i \%$ |
|-------|----------|
| 1     | 18       |
| 4     | 12       |
| 8     | $\alpha$ |
| 10    | $\beta$  |
| 11    | 27       |

53. Οι χρόνοι λειτουργίας (σε ώρες) κάποιου είδους μπαταριών φαίνονται στον πίνακα. Να βρείτε τη διάμεσο των χρόνων.

| Χρόνος  | $f_i \%$ |
|---------|----------|
| [2,4)   | 22       |
| [4,6)   | 28       |
| [6,8)   | 16       |
| [8,10)  | 20       |
| [10,12) | 14       |

54. Η μέση τιμή και η διάμεσος πέντε αριθμών είναι 2. Οι τρεις από αυτούς είναι οι -2, 7, 3. Να βρείτε τους άλλους 2.

55. Στον πίνακα δίνονται οι μέσες θερμοκρασίες τον Μάιο τα τελευταία χρόνια σε μια πόλη με τις αντίστοιχες συχνότητες. Να βρείτε το  $\alpha$  αν η διάμεσος είναι 20,5.

56. Η αξία σε € δύο τύπων ηλεκτρικών λαμπτήρων A και B είναι:

ΤΥΠΟΣ A: 1, 2, 3, 11, 8

ΤΥΠΟΣ B: 5, 2, 4, 1, 8

Να βρείτε τη μέση τιμή και τη διάμεσο της αξίας των δύο τύπων A και B.

57. Πέντε αριθμοί έχουν  $\bar{x} = \delta = 1$ . Αν οι τρεις από αυτούς είναι -1, 2, 3 να βρείτε τους άλλους δύο.

## Εύρος - Διακύμανση - Τυπική Απόκλιση

58. Ένας φοιτητής εξετάστηκε σε πέντε μαθήματα το εξάμηνο που πέρασε και πήρε τους βαθμούς  $\alpha, \beta, \gamma, 8, 9$  οι οποίοι είναι διατεταγμένοι σε αύξουσα σειρά. Αν οι βαθμοί έχουν διάμεσο 6, εύρος 5 και μέση τιμή 6,4, να βρείτε τις τιμές των  $\alpha, \beta, \gamma$ .

59. Οι βαθμοί ενός μαθητή σε πέντε μαθήματα είναι: 18, 15, 17, 14, 16

Να βρείτε: i. Το εύρος του δείγματος, ii. Την διακύμανση, iii. Την τυπική απόκλιση.

60. Δίνεται ο πίνακας μια κατανομής. Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση.

| Κλάσεις [ , ) | $v_i$ |
|---------------|-------|
| 5 – 15        | 4     |
| 15 – 25       | 5     |
| 25 – 35       | 2     |
| 35 – 45       | 5     |
| 45 – 55       | 4     |

61. Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση ενός δείγματος με μεταβλητή  $X$  που έχει τον παρακάτω πίνακα τιμών.

Δίνεται ότι

$$s^2 = \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left( \sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{n} \right\}$$

| Κλάσεις [ , ) | $v_i$ |
|---------------|-------|
| 0,5 – 1,5     | 5     |
| 1,5 – 2,5     | 30    |
| 2,5 – 3,5     | 15    |

62. Να βρείτε την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων που φαίνονται στον πίνακα.

| $x_i$ | $v_i$ |
|-------|-------|
| 1     | 5     |
| 3     | 2     |
| 5     | 1     |
| 7     | 2     |

63. Η βαθμολογία μιας ομάδας μαθητών ενός Λυκείου σε ένα διαγώνισμα Φυσικής φαίνεται στον πίνακα. Να βρείτε την τυπική απόκλιση.

| Βαθμολογία | $v_i$ |
|------------|-------|
| [0, 4)     | 5     |
| [4, 8)     | 3     |
| [8, 12)    | 10    |
| [12, 16)   | 1     |
| [16, 20)   | 1     |

64. Η βαθμολογία (με άριστα το 6) μιας ομάδας φοιτητών σε ένα μάθημα φαίνεται στον πίνακα. Να βρείτε την τυπική απόκλιση της βαθμολογίας.

| Βαθμολογία | $v_i$ |
|------------|-------|
| [0, 2)     | 1     |
| [2, 4)     | 5     |
| [4, 6)     | 4     |

65. Ο πίνακας δείχνει την κατανομή σχετικών συχνοτήτων του μήκους (σε cm) κάποια τύπου σωλήνων. Να βρείτε:

i. τη μέση τιμή του μήκους των σωλήνων

ii. Τη διακύμανση

| Μήκος | $f_i \%$ |
|-------|----------|
| 1     | 10       |
| 3     | 30       |
| 4     | 20       |
| 8     | 40       |

66. Έστω οι παρατηρήσεις  $-\lambda, \lambda, 3\lambda$  και το σύνολο  $B = \{-1, 1, 2\}$ . Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in B$  για τις οποίες η διασπορά των παρατηρήσεων είναι μεγαλύτερη από  $\frac{8}{3}$ .

## Συντελεστής Μεταβολής CV

67. Έστω τρία δείγματα τιμών A, B, Γ τα οποία έχουν:  $\bar{x}_A = 20$  με  $s_A = 3$ ,  $\bar{x}_B = -20$  με  $s_B = 2$  και  $\bar{x}_\Gamma = 30$  με  $s_\Gamma = 2,1$ . i. Να βρείτε τους συντελεστές μεταβολής των τριών δειγμάτων. ii. Ποιο ή ποια δείγματα είναι ομοιογενή; iii. Ποιο δείγμα παρουσιάζει τη μεγαλύτερη ομοιογένεια;

68. Να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής της ομοιόμορφης κατανομής που είναι χωρισμένη στις κλάσεις:  $[0,2), [2,4), [4,6), [6,8)$ . Δίνεται: 
$$s^2 = \sum_{i=1}^v x_i^2 f_i - (\bar{x})^2$$

69. Σε ένα δείγμα τιμών ισχύουν  $\bar{x} \neq 0$  και  $\bar{x}^2 = 4\bar{x} \cdot s$ . Να δείξετε ότι το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

70. Έστω δύο δείγματα τιμών A και B μιας μεταβλητής X. Το A έχει μέση τιμή  $-75$  και τυπική απόκλιση 6. Το B έχει μέση τιμή 50 και διασπορά 36.

i. Να βρείτε τους συντελεστές μεταβολής των δύο δειγμάτων.

ii. Να εξετάσετε αν κάποιο από τα δείγματα είναι ομοιογενές.

iii. Να βρείτε ποιο από τα δύο δείγματα έχει μεγαλύτερη ομοιογένεια.

71. Σε ένα δείγμα με μεταβλητή  $X$  η μέση τιμή είναι  $\bar{x} = 10$  και ο συντελεστής μεταβολής

$CV = 10\%$ . Αν  $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 2020$  να βρείτε το μέγεθος του δείγματος.

$$\text{Δίνεται } s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2$$

72. Έστω η ευθεία  $\varepsilon: y = -2x + 4$  και τα σημεία της  $A_1, A_2, \dots, A_n$  με τετμημένες  $x_1, x_2, \dots, x_n$  που έχουν μέση τιμή  $-10$  και τυπική απόκλιση 3. Να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής των τεταγμένων των σημείων  $A_1, A_2, \dots, A_n$ .

## Κανονική Κατανομή

73. Το 50 % των παρατηρήσεων μιας κανονικής κατανομής είναι πάνω από 12 και η διασπορά αυτών είναι 9. Να βρείτε το ποσοστό των παρατηρήσεων που έχουν τιμή. i. Κάτω από 9 ii. Τουλάχιστον 18 iii. Μεταξύ 9 και 18.

74. Οι χρόνοι (σε sec) που χρειάστηκαν να τρέξουν 400 μαθητές σε μία πόλη μια δεδομένη απόσταση, ακολουθούν περίπου την κανονική κατανομή. Δέκα μαθητές έκαναν χρόνο το πολύ 22 sec και 64 μαθητές τουλάχιστον 34 sec. Να βρείτε πόσοι μαθητές περίπου έκαναν χρόνο από 26 sec έως 38 sec.

75. Οι βαθμοί 200 μαθητών της Γ' Λυκείου σε ένα διαγώνισμα Στατιστικής ακολουθούν περίπου κανονική κατανομή. Είναι γνωστό ότι:

- 32 μαθητές έγραψαν βαθμό μεγαλύτερο του 15
- 5 μαθητές έγραψαν βαθμό μικρότερο του 9

i. Να βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση του δείγματος.

ii. Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που έγραψαν βαθμό μικρότερο του 11;

iii. Πόσοι μαθητές έγραψαν βαθμό από 15 έως 17;

### Μέτρα θέσης και διασποράς (γενικές)

76. Έστω οι παρατηρήσεις 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16. Να βρείτε:

i. τη μέση τιμή τους

ii. τη διασπορά

iii. την τυπική απόκλιση.

77. Να βρείτε τα μέτρα θέσης και τα μέτρα διασποράς του δείγματος 7, 12, 11, 10.

78. Με βάση τον πίνακα, να βρείτε τα μέτρα θέσης και διασποράς του δείγματος.

| $x_i$  | $v_i$ |
|--------|-------|
| 0      | 8     |
| 1      | 8     |
| 3      | 4     |
| Σύνολο | 20    |

79. Με βάση τον πίνακα ομαδοποιημένων δεδομένων, να βρείτε τα μέτρα θέσης και διασποράς του δείγματος.

| Κλάσεις | $f_i \%$ | $F_i \%$ |
|---------|----------|----------|
| [1,3)   | 30       | 30       |
| [3,5)   | 40       | 70       |
| [5,7)   | 30       | 100      |

80. Να βρείτε τα μέτρα θέσης και τα μέτρα διασποράς των παρατηρήσεων του δείγματος

– 1, 3, 7, 11, 5.

81. Με βάση τον πίνακα, να βρείτε τα μέτρα θέσης και τα μέτρα διασποράς των παρατηρήσεων του δείγματος.

| $x_i$  | $v_i$ |
|--------|-------|
| 11     | 25    |
| 12     | 20    |
| 13     | 10    |
| 15     | 5     |
| Σύνολο | 60    |

82. Η βαθμολογία 40 μαθητών της Β' Λυκείου στο πρώτο τετράμηνο στην Άλγεβρα φαίνεται στον πίνακα ομαδοποιημένων δεδομένων που ακολουθεί.

i) Να συμπληρώσετε στον πίνακα την στήλη των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων %.

ii) Να βρείτε τα μέτρα θέσης και τα μέτρα διασποράς των παρατηρήσεων του δείγματος.

| Βαθμός   | $x_i$ | $v_i$ | $F_i \%$ |
|----------|-------|-------|----------|
| [12, 14) | 13    | 16    |          |
| [14, 16) | 15    | 8     |          |
| [16, 18) | 17    | 12    |          |
| [18, 20) | 19    | 4     |          |
| Σύνολο   |       |       |          |

83. Με βάση τον πίνακα, να βρείτε τη μέση τιμή, τη διάμεσο, το εύρος, τη διακύμανση, την τυπική απόκλιση και το συντελεστή μεταβολής των παρατηρήσεων του δείγματος.

| $x_i$  | $f_i$ |
|--------|-------|
| 20     | 0,3   |
| 21     | 0,2   |
| 22     | 0,1   |
| 23     | 0,40  |
| Σύνολο |       |

84. Με βάση τον πίνακα συχνοτήτων, να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , αν ισχύει ότι η μέση τιμή είναι 2 και η τυπική απόκλιση 1.

| $x_i$  | $v_i$    |
|--------|----------|
| 0      | $\alpha$ |
| 1      | 2        |
| 2      | $\beta$  |
| 3      | $\gamma$ |
| Σύνολο | 10       |

85. Στο δείγμα A παρουσιάζονται οι τιμές ενός προϊόντος (σε €) σε 10 διαφορετικά καταστήματα.

A: 6, 9, 7, 10, 12, 8, 14, 16, 8, 10

i. Να βρείτε τα μέτρα θέσης και διασποράς των παρατηρήσεων του δείγματος A.

ii. Έστω B το δείγμα που προκύπτει από το A αν οι τιμές του προϊόντος αυξηθούν κατά 2 €. Να βρείτε τα μέτρα θέσης και διασποράς των παρατηρήσεων του δείγματος B.

iii. Έστω Γ το δείγμα που προκύπτει από το A αν οι τιμές του προϊόντος υποστούν έκπτωση 10 %. Να βρείτε τα μέτρα θέσης και διασποράς των παρατηρήσεων του δείγματος Γ.

iv. Αφού αποδείξετε ότι κανένα από τα 3 δείγματα δεν είναι ομοιογενές, να βρείτε την ελάχιστη αύξηση των τιμών του δείγματος A ώστε το δείγμα που θα προκύψει να είναι ομοιογενές.