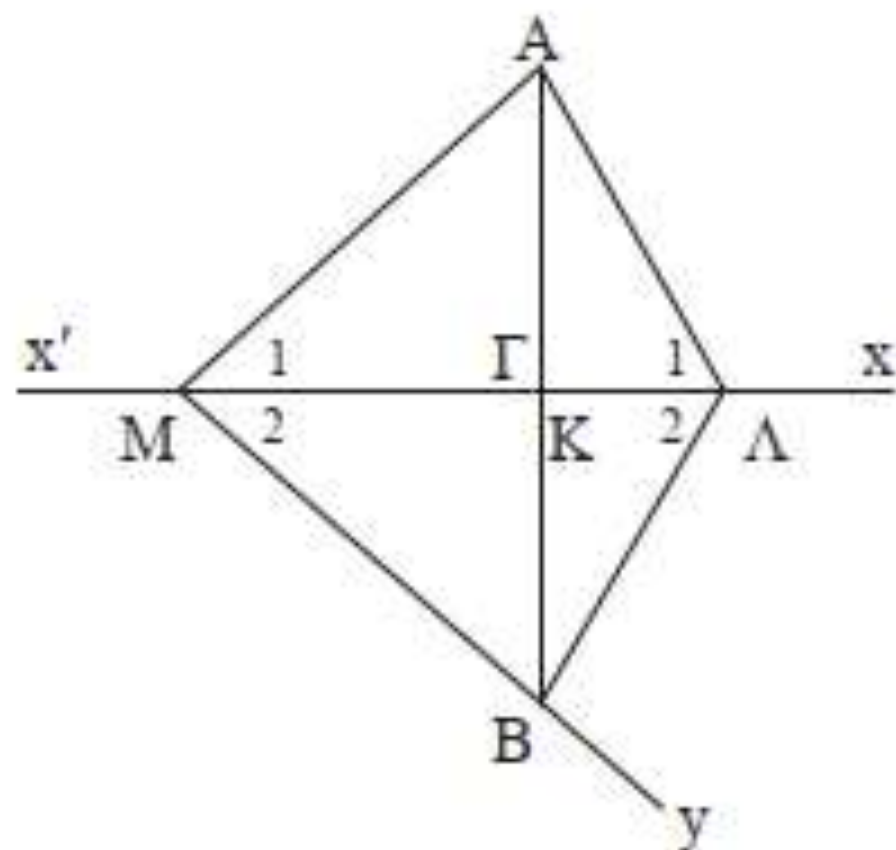


3.5 Ύπαρξη και μοναδικότητα καθέτου

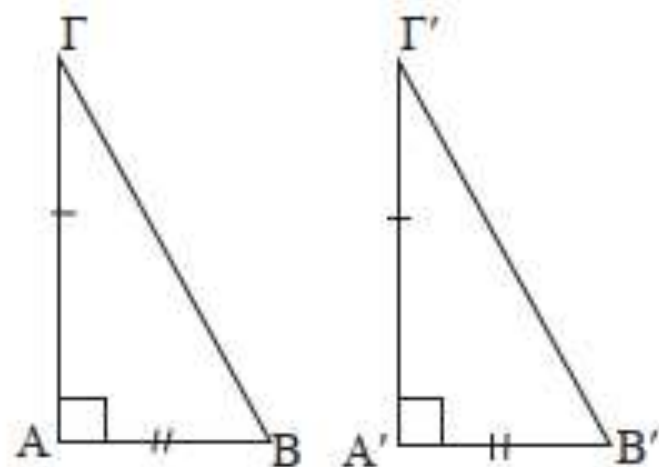
3.6 κριτήρια ισότητας ορθογώνιων τριγώνων

ΘΕΩΡΗΜΑ

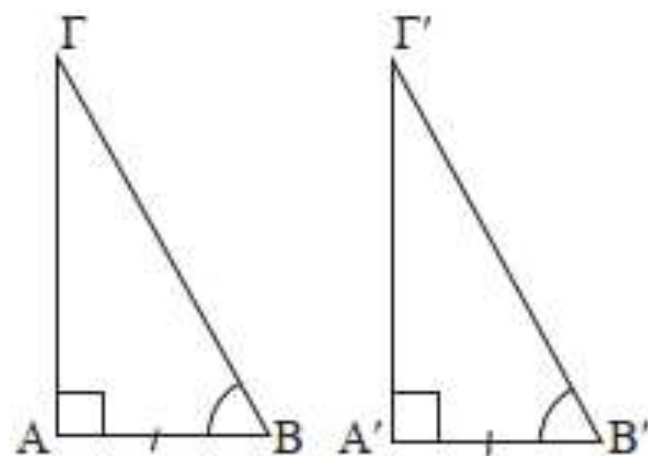
Από σημείο εκτός ευθείας διέρχεται μοναδική κάθετος στην ευθεία.



- Δύο ορθογώνια τρίγωνα, που έχουν τις κάθετες πλευρές τους ίσες μία προς μία, είναι ίσα. (σχ.24)
- Δύο ορθογώνια τρίγωνα, που έχουν μια κάθετη πλευρά και την προσκείμενη σε αυτή οξεία γωνία ίσες μία προς μία, είναι ίσα. (σχ.25)



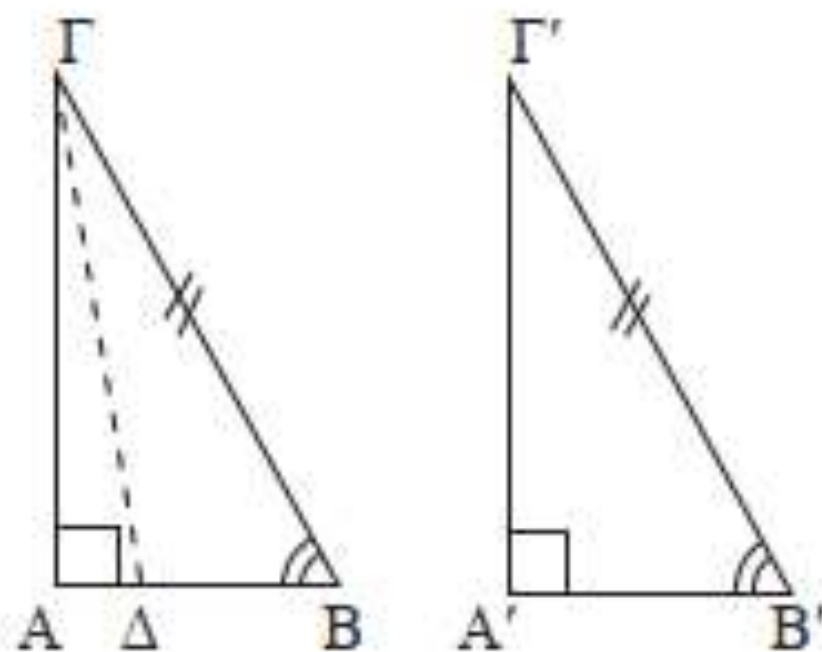
Σχήμα 24



Σχήμα 25

ΘΕΩΡΗΜΑ Ι

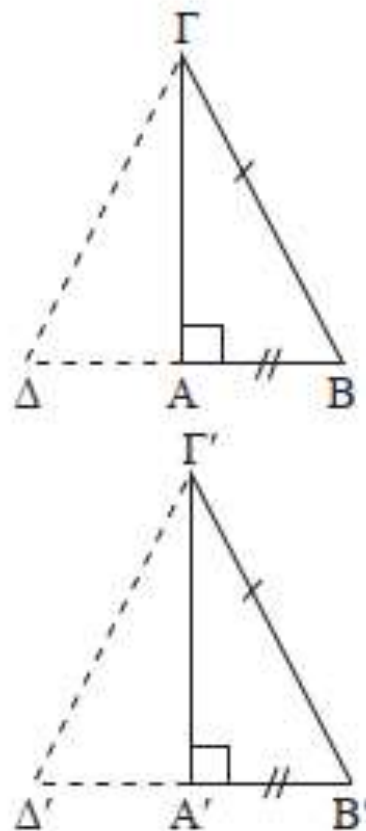
Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν την υποτείνουσα και μία οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.



Σχήμα 26

ΘΕΩΡΗΜΑ II

Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν την υποτείνουσα και μία κάθετη πλευρά αντίστοιχα ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.



ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

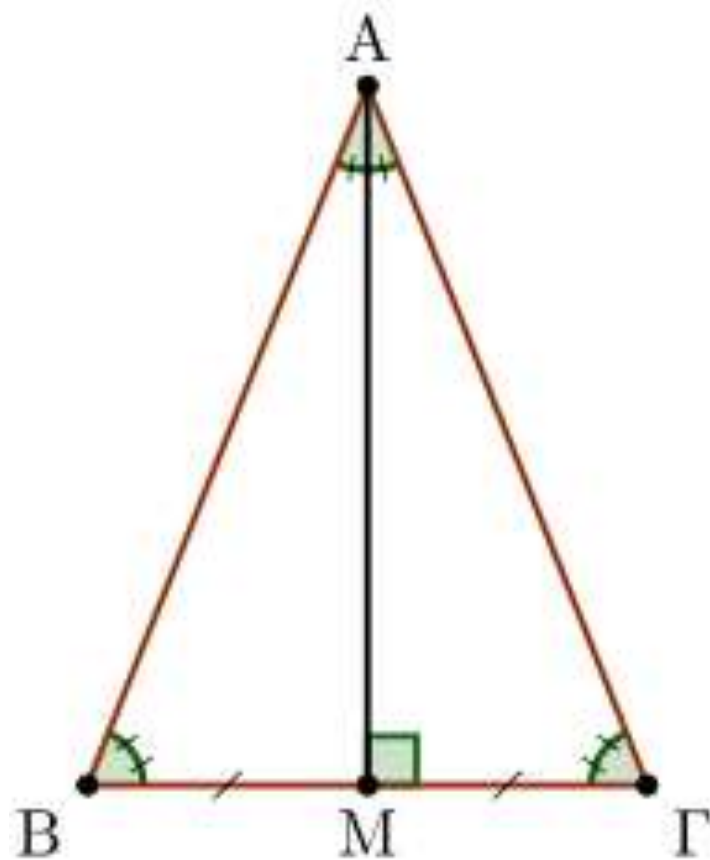
Όλες οι παραπάνω περιπτώσεις ισότητας ορθογώνιων τριγώνων διατυπώνονται συνοπτικά ως εξής:

Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα, όταν έχουν:

- Δύο ομόλογες πλευρές τους ίσες μία προς μία.
- Μία πλευρά και την προσκείμενη σε αυτή οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μία προς μία.

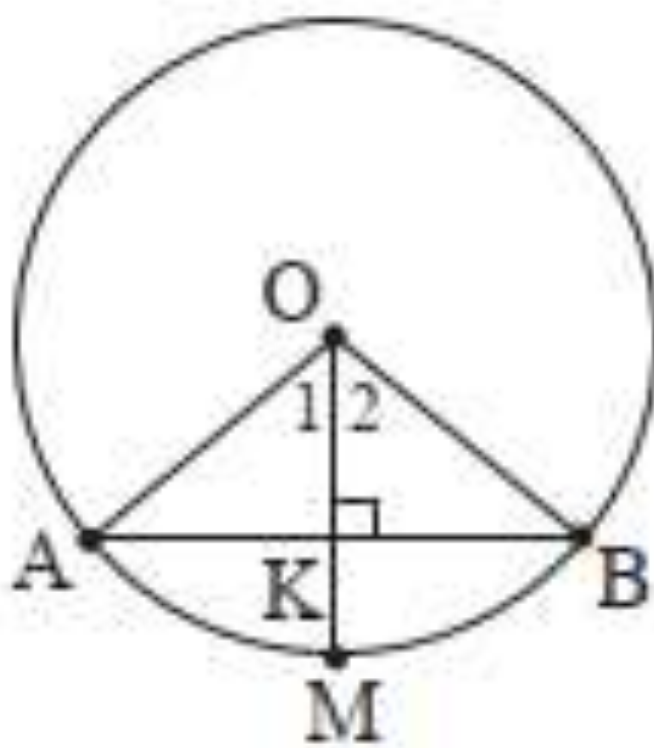
ΠΟΡΙΣΜΑ Ι

Το ύψος ισοσκελούς τριγώνου που αντιστοιχεί στη βάση είναι διάμεσος και διχοτόμος της γωνίας της κορυφής.



ΠΟΡΙΣΜΑ II

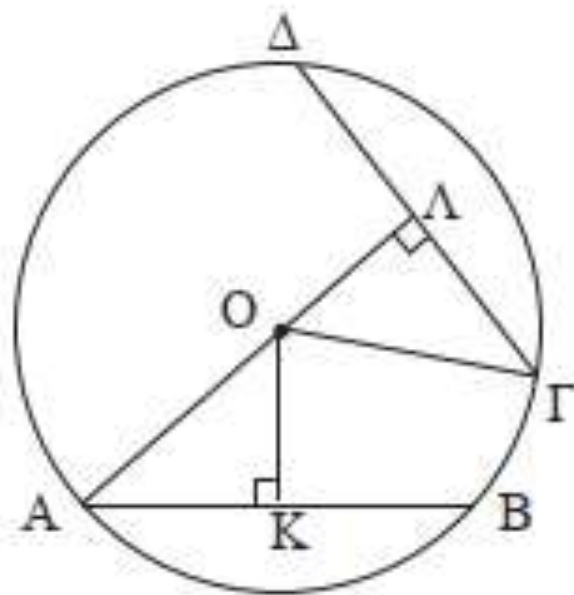
Η κάθετος που φέρεται από το κέντρο ενός κύκλου προς μια χορδή του διχοτομεί τη χορδή και το αντίστοιχο τόξο της.



ΘΕΩΡΗΜΑ III

Δύο χορδές ενός κύκλου είναι ίσες αν και μόνο αν τα αποστήματά τους είναι ίσα.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ



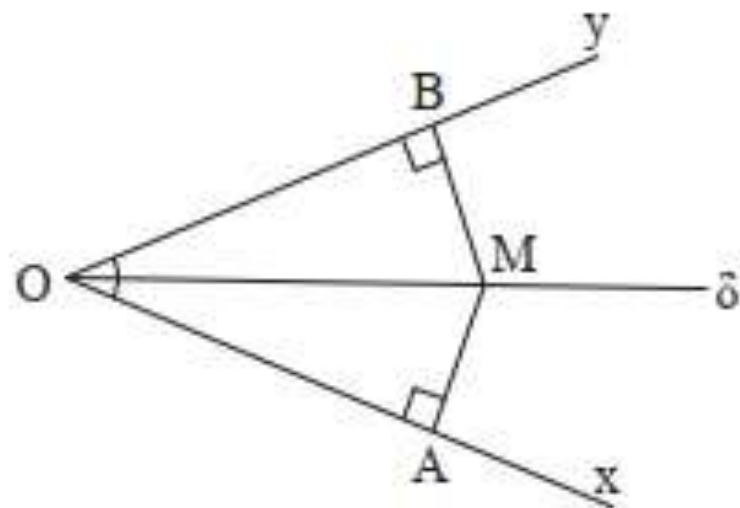
Έστω οι ίσες χορδές AB και $\Gamma\Delta$ ενός κύκλου (O, ρ) και OK, OL τα αποστήματά τους αντίστοιχα (σχ.29). Τα τρίγωνα KOA και $LO\Gamma$, έχουν $\hat{K} = \hat{L} = 90^\circ$, $OA = O\Gamma (= \rho)$ και $AK = \Gamma L$ (αφού $AB = \Gamma\Delta$). Επομένως είναι ίσα, οπότε $OK = OL$.

Αντίστροφα. Έστω ότι τα αποστήματα OK και OL είναι ίσα. Τότε τα τρίγωνα KOA και $LO\Gamma$ έχουν $\hat{K} = \hat{L} = 90^\circ$, $OA = O\Gamma$ και $OK = OL$, επομένως είναι ίσα, οπότε

$$AK = \Gamma L \text{ ή } \frac{AB}{2} = \frac{\Gamma\Delta}{2} \text{ ή } AB = \Gamma\Delta.$$

ΘΕΩΡΗΜΑ IV

Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της και αντίστροφα κάθε εσωτερικό σημείο της γωνίας που ισαπέχει από τις πλευρές είναι σημείο της διχοτόμου.



ΑΠΟΔΕΙΞΗ

Έστω μια γωνία $\chi\hat{O}y$ και M ένα σημείο της διχοτόμου της $O\delta$ (σχ.30). Φέρουμε $MA \perp Ox$ και $MB \perp Oy$. Τότε τα ορθογώνια τρίγωνα AOM και BOM είναι ίσα γιατί έχουν $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$, OM κοινή και $\hat{M\hat{O}A} = \hat{M\hat{O}B}$, επομένως $MA = MB$.

Αντίστροφα. Έστω M ένα εσωτερικό σημείο της γωνίας. Φέρουμε $MA \perp Ox$ και $MB \perp Oy$ και υποθέτουμε ότι $MA = MB$. Τότε τα τρίγωνα AOM και BOM είναι πάλι ίσα, αφού $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$, OM κοινή και $MA = MB$ και επομένως $\hat{M\hat{O}A} = \hat{M\hat{O}B}$, οπότε το M είναι σημείο της διχοτόμου $O\delta$. Από το παραπάνω θεώρημα συμπεραίνουμε ότι: **Η διχοτόμος μιας γωνίας είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που ισαπέχουν από τις πλευρές της.**
