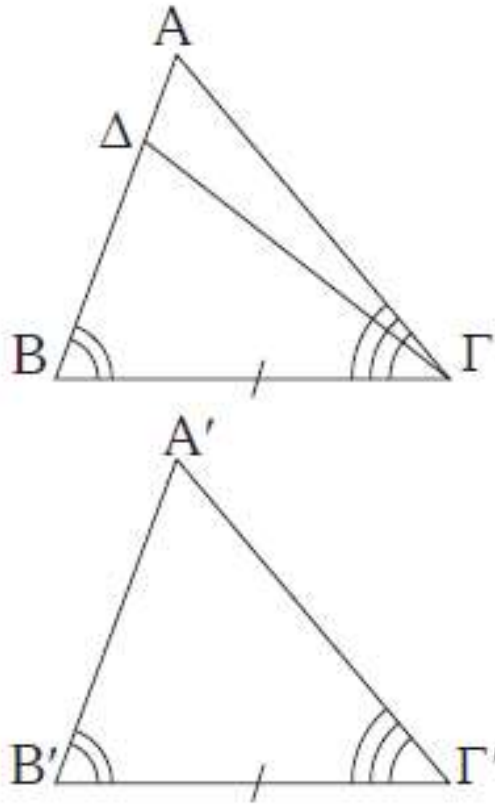


3.3 2^ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων

3.4 3^ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων

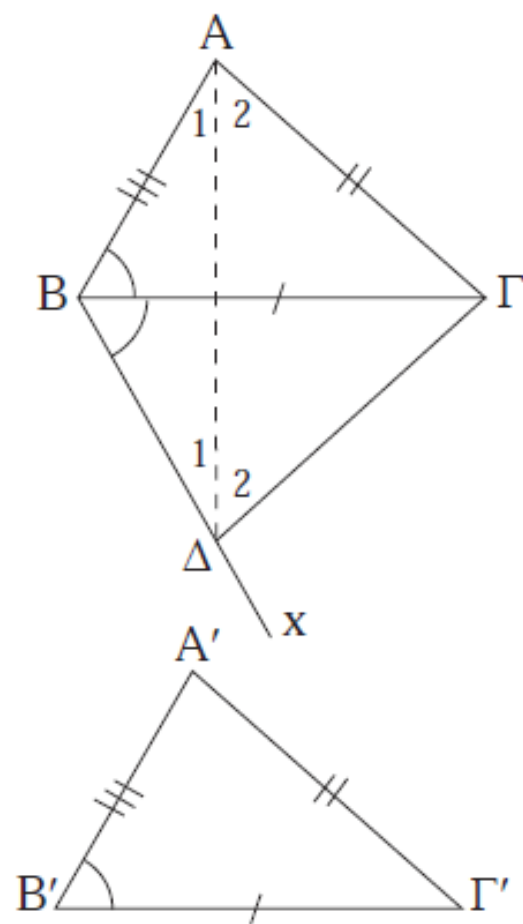
ΘΕΩΡΗΜΑ (2ο Κριτήριο – ΓΠΓ)

Αν δύο τρίγωνα έχουν μια πλευρά και τις προσκείμενες σε αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.



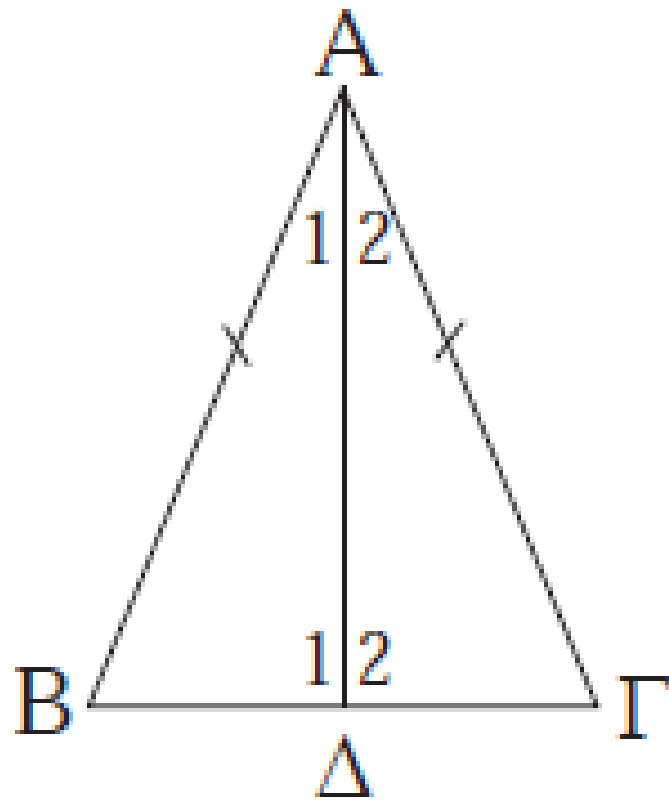
ΘΕΩΡΗΜΑ (3ο Κριτήριο – ΠΠΠ)

Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.



ΠΟΡΙΣΜΑ Ι

Η διάμεσος ισοσκελούς τριγώνου, που αντιστοιχεί στη βάση του, είναι διχοτόμος και ύψος.

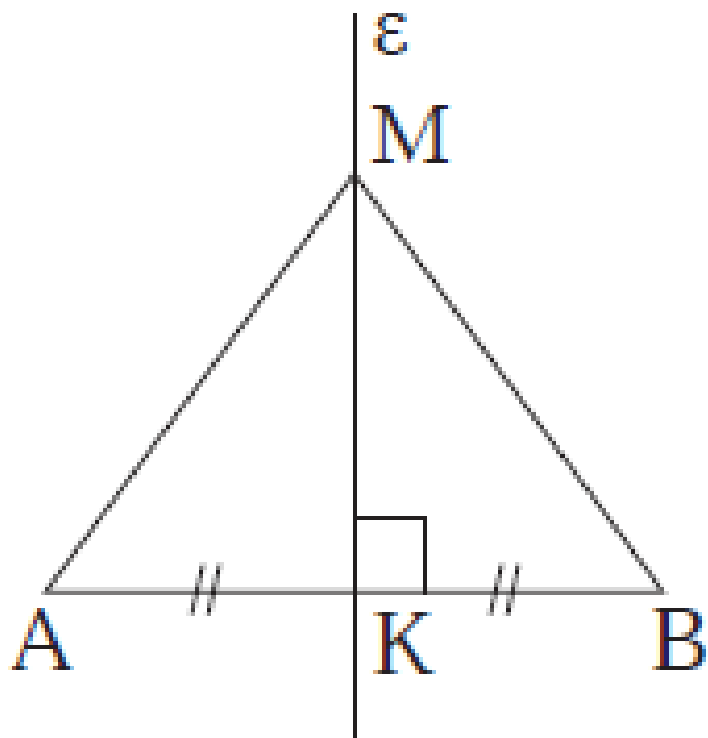


ΑΠΟΔΕΙΞΗ

Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και AD η διάμεσός του (σχ.18). Τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma\Delta$ έχουν $AB = A\Gamma$, AD κοινή και $B\Delta = \Delta\Gamma$, άρα (ΠΠΠ) είναι ίσα, οπότε $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$, και $\hat{\Delta}_1 = \hat{\Delta}_2$. Από τις ισότητες αυτές προκύπτει αντίστοιχα ότι η AD είναι διχοτόμος και ύψος.

ΠΟΡΙΣΜΑ II

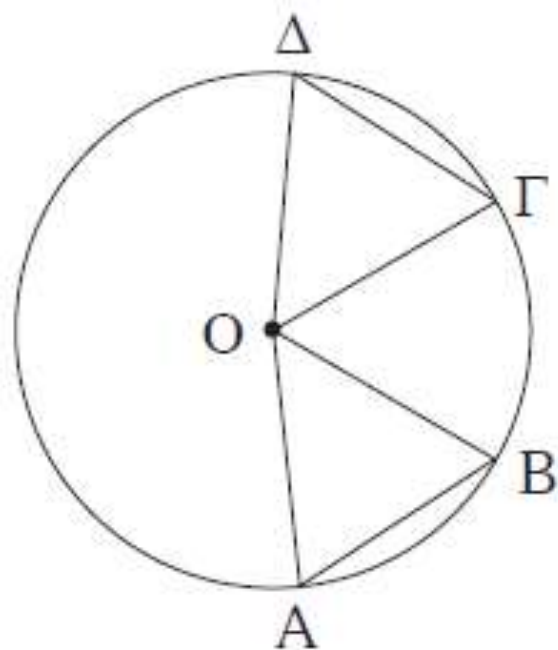
Κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα ενός τμήματος ανήκει στη μεσοκάθετό του.



η μεσοκάθετος ενός ευθύγραμμου τμήματος είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου που ισαπέχουν από τα άκρα του τμήματος.

ΠΟΡΙΣΜΑ III

Αν οι χορδές δύο τόξων ενός κύκλου, μικρότερων του ημικυκλίου, είναι ίσες, τότε και τα τόξα είναι ίσα.



ΑΠΟΔΕΙΞΗ

Έστω δύο τόξα $\widehat{AB}$ και $\widehat{\Gamma\Delta}$ ενός κύκλου (O, ρ) μικρότερα του ημικυκλίου, με $AB = \Gamma\Delta$. Τότε τα τρίγωνα OAB και $O\Gamma\Delta$ (σχ.20) έχουν: $OA = O\Gamma (= \rho)$, $OB = O\Delta (= \rho)$ και $AB = \Gamma\Delta$, άρα (ΠΠΠ) είναι ίσα. Επομένως, $\angle AOB = \angle \Gamma\Delta$, οπότε $\widehat{AB} = \widehat{\Gamma\Delta}$.

ΠΟΡΙΣΜΑ IV

Αν οι χορδές δύο τόξων ενός κύκλου μεγαλύτερων του ημικυκλίου είναι ίσες, τότε και τα τόξα είναι ίσα.

Όλες οι παραπάνω περιπτώσεις ισότητας τριγώνων διατυπώνονται συνοπτικά ως εξής:

Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν:

- **δύο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες (ΠΓΠ),**
- **μια πλευρά και τις προσκείμενες σε αυτή γωνίες ίσες μία προς μία (ΓΠΓ),**
- **και τις τρεις πλευρές ίσες μία προς μία (ΠΠΠ).**
